

# Основные формулы

(Составление списка — Robson; набор в T<sub>E</sub>X— ignit0r)

## Механика

### 1. Полное ускорение материальной точки

$$a_{\text{полн}} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} = R\sqrt{\omega^4 + \beta^2}$$

### 2. Сложение скоростей и ускорений

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= \mathbf{v}_{\text{пер}} + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'] + \mathbf{v}' \\ \mathbf{a} &= \mathbf{A}_{\text{пер}} + [\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}'] + [\boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}']] + 2[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'] + \mathbf{v}'\end{aligned}$$

### 3. Преобразования Галилея:

$$\mathbf{A} = 0, \beta = 0, \boldsymbol{\omega} = 0, \mathbf{R}(0) = 0, t = t', \mathbf{v} \parallel \mathbf{i}; \quad \mathbf{i}_K \parallel \mathbf{i}_{K'}$$

$$\text{Прямые: } \begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases} \quad \text{Обратные: } \begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

### 4. Релятивистское обобщение II-го закона Ньютона

$$\begin{cases} \frac{F_n}{a_n} = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ \frac{F_\tau}{a_\tau} = \frac{m_0}{(\sqrt{1-v^2/c^2})^3} \end{cases}$$

### 5. Центр масс:

$$\mathbf{R} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{R}_i}{\sum_i m_i}$$

### 6. Уравнение Мещерского: $M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} - \mu \mathbf{v}_{\text{отн}}$

$$\text{Формула Циолковского: } M = M_0 e^{-\left(\frac{v-v_0}{v_{\text{отн}}}\right)}$$

### 7. Закон сохранения механической энергии

$$d(W_{\text{кин}} + W_{\text{пот}}) = dA_{\text{тр}} + dA_{\text{вн.сил}} + dA_{\text{инерц.}}$$

### 8. Энергия в лагранжевом формализме

$$E = \sum_i \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L = T(q, \dot{q}) + U(q)$$

9. Период колебаний в потенциальной яме

$$T = \sqrt{2m} \int_{x_1(E)}^{x_2(E)} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}$$

10. Закон всемирного тяготения

$$\mathbf{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12}$$

11. II-й закон Кеплера:

$$\begin{cases} M = 2m\dot{\varphi} = mr^2\dot{\varphi} \\ \Delta S = \frac{M}{2m} \Delta t \end{cases}$$

12. Энергия тела в центральном поле

$$E = \frac{mr^2}{2} + \frac{M^2}{2mr^2} + U(r)$$

13. Интегрирование уравнения движения (центральное поле)

$$t = \int \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m}[E - U(r)] - \frac{M^2}{m^2 r^2}}} + const; \quad \varphi = \int \frac{(M/r^2)dr}{\sqrt{2m(E - U(r)) - M^2/r^2}} + const$$

14. Уравнение эллипса

$$p = \rho(1 + e \cos \varphi)$$

15. III-й закон Кеплера

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{\gamma m_u}$$

16. Связь между углами вылета в ЛС и ЦС

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{V_0 \sin \vartheta_0}{V_0 \cos \vartheta_0 + V} \Rightarrow \cos \vartheta_0 = -\frac{V}{V_0} \sin^2 \vartheta \pm \cos \vartheta \sqrt{1 - \frac{V^2}{V_0^2} \sin^2 \vartheta}$$

17. Скорость частиц после лобового упругого столкновения

$$\begin{cases} \mathbf{v}'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{v} \\ \mathbf{v}'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{v} \end{cases}$$

18. Эффективное дифференциальное сечение

$$2\pi\rho(\chi) \left| \frac{d\rho(\chi)}{d\chi} \right| d\chi = \frac{\rho(\chi)}{\sin \chi} \left| \frac{d\rho}{d\chi} \right| d\Omega$$

19. Формула Резерфорда

$$\text{В ЦС: } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha}{2mv_\infty^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\chi/2)} \quad \text{В ЛС: } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha}{mv_\infty^2} \right)^2 \frac{1}{\cos^3 \vartheta}$$

20. Уравнение Лагранжа II-го рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

21. Функция Лагранжа материальной точки в сферических координатах

$$L = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2)$$

22. Основная задача механики со связями

$$\begin{cases} m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_i & (i = 1, 2, \dots, N) \\ f_\alpha(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N, t) = 0 & (\alpha = 1, 2, \dots, K) \end{cases}$$

23. Принцип Д'Аламбера

$$\sum_{i=1}^N (m_i \ddot{\mathbf{r}}_i - \mathbf{F}_i) \delta \mathbf{r}_i = 0$$

24. Уравнение Лагранжа I-го рода

$$m_i \ddot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{F}_i + \sum_{\alpha=1}^K \nu_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}_i}$$

25. Функция Гамильтона

$$H = H(p, q, t) = \sum_i p_i \dot{q}_i - L$$

26. Уравнения Гамильтона

$$\begin{cases} \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \end{cases}$$

27. Энергия в форме Рауса

$$E = R - \xi \frac{\partial R}{\partial \dot{\xi}}$$

28. Скобки Пуассона

$$\{fg\} = \sum_i \left( \frac{\partial f_i}{\partial p_i} \frac{\partial g_i}{\partial q_i} - \frac{\partial f_i}{\partial q_i} \frac{\partial g_i}{\partial p_i} \right)$$

29. Тождество Якоби

$$\{f\{gh\}\} + \{g\{hf\}\} + \{h\{fg\}\} = 0$$

30. Канонические преобразования

$$\sum_i p_i dq_i - H dt = \sum_i P_i dQ_i - H' dt + dF$$

31. Уравнение Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H \left( q_1, \dots, q_s, \frac{\partial S}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial S}{\partial q_s}, t \right) = 0$$

32. Адиабатический инвариант

$$\begin{cases} I = \frac{1}{2\pi} \oint p dq \\ \frac{dI}{dt} = 0; \quad \frac{\partial E}{\partial I} = \omega \end{cases}$$

33. Канонические переменные

$$\begin{cases} I = \frac{1}{2\pi} \oint p dq \\ w = \frac{\partial S_0(q, I; \lambda)}{\partial I} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dI}{dt} = 0 \\ \frac{dw}{dt} = \frac{dE(I)}{dI} \end{cases}$$

34. Тензор инерции в тензорной форме:

$$I_{\alpha\beta} = \sum_{i\gamma} m_i (x_{i\gamma} x_{i\gamma} \delta_{\alpha\beta} - x_{i\alpha} x_{i\beta})$$

35. Формула Кёнига

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} I_{\alpha\beta} \Omega_\alpha \Omega_\beta$$

36. Уравнения Эйлера:  $\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{A}]$

$$\begin{cases} I_1 \frac{d\Omega_1}{dt} + (I_3 - I_2) \Omega_2 \Omega_3 = M_1 \\ I_2 \frac{d\Omega_2}{dt} + (I_1 - I_3) \Omega_1 \Omega_3 = M_2 \\ I_3 \frac{d\Omega_3}{dt} + (I_2 - I_1) \Omega_1 \Omega_2 = M_3 \end{cases}$$

## 37. Гармонические колебания

Уравнение:  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

Решение:  $x(t) = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Начальные условия:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \varphi = -\frac{v_0}{\omega_0 x_0} \\ A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} \end{cases}$$

## 38. Затухающие колебания

Уравнение:  $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = 0$

Решение:

$$\begin{cases} x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi), & \beta < \omega_0 \\ x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-\beta t}, & \beta = \omega_0 \\ x(t) = C_1 \exp[(-\beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t] + C_2 \exp[(-\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})t], & \beta > \omega_0 \end{cases}$$

## 39. Вынужденные колебания

Уравнение:  $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = f \sin(\omega t)$

Решение:

$$\begin{cases} x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \varphi) + B \cos(\omega t + \varphi) \\ B = \frac{F}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$

## 40. Дисперсионное соотношение:

$$I(E) = \frac{f^2}{4m} \frac{\beta^2}{E^2 + \beta^2}$$

## 41. Решение для систем со многими степенями свободы

$$\begin{cases} x_k = \sum_{\alpha} \Delta_{k\alpha} \Theta_{\alpha} \\ \Theta_{\alpha} = \operatorname{Re}\{C_{\alpha} e^{i\omega_{\alpha} t}\} \end{cases}$$

## 42. связь между упругими коэффициентами

$$\begin{cases} \sigma = \frac{E}{2(1+\mu)} \\ K = \frac{3(1-2\mu)}{E} \end{cases}$$

43. Тензор скоростей деформации

$$v_{ik} = \frac{1}{2}(\partial_i v_k + \partial_k v_i - \frac{2}{3}\delta_{ik}(\nabla \mathbf{v}) + \frac{1}{3}\delta_{ik}(\nabla \mathbf{v}))$$

44. Псевдотензор вихря

$$\omega_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\chi_{jk} = \frac{1}{2}[\nabla \times \mathbf{v}]$$

45. Тензор локальных напряжений

$$p_{ik} = -p\delta_{ik} + \eta \left( \partial_i v_k + \partial_k v_i - \frac{2}{3}\delta_{ik}\partial_s v_s \right) + \zeta\delta_{ik}\partial_s v_s$$

46. Система уравнений гидродинамики идеальной жидкости

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \mathbf{v}) = 0 \quad - \text{уравнение непрерывности} \\ \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p \quad - \text{уравнение Эйлера} \\ \frac{de}{dt} = -\rho \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho} \right) \\ \frac{ds}{dt} = 0 \\ p = p(\rho, T) \\ e = e(\rho, T) \end{array} \right.$$

47. Уравнение Эйлера в форме Громеки-Лэмба

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + 2[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}] = -\nabla \left( \frac{v^2}{2} + U + h \right)$$

48. Интеграл Бернулли

$$\frac{v^2}{2} + h + U = const \quad (\text{вдоль линии тока})$$

49. Интеграл Коши

$$\left( \frac{\rho v^2}{2} + p + \rho gh = const \right) \quad - \text{уравнение Бернулли}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{v^2}{2} + h + U = f(t)$$

50. Уравнение Навье-Стокса

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla(\nabla \mathbf{v})$$

или

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} - \frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{v}$$

51. Число Рейнольдса:  $R = \frac{Lu}{\nu}$

52. Волновое уравнение и его решение

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} & \text{- волновое уравнение} \\ y(x, t) = f_1\left(t - \frac{x}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{x}{v}\right) & \text{- уравнение волны} \end{cases}$$

53. Стоячая волна

$$\xi(t) = 2A \cos(\omega t) \sin(kx); \quad \text{пучности: } x = \frac{m\lambda}{2}; \quad \text{узлы: } x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}$$

54. Вектор Умова

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \rho \frac{\partial \xi}{\partial t} \left(-\frac{\partial \xi}{\partial x}\right) \mathbf{v} \\ |\mathbf{p}| = w \end{cases}$$

55. Характеристики звука

$$\begin{cases} v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \\ v = v_{\text{зв}} \eta \end{cases}$$

$$\Delta p = \rho w v_{\text{зв}} \quad \text{- звуковое давление}$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{\rho w^2}{2}; \quad E_{\text{пот}} = \frac{\chi \eta^2}{2} \quad \text{- плотность энергии}$$

$$I = wc \quad \text{- интенсивность}$$

---

## Статистическая механика и молекулярная физика

---

1. Первое начало термодинамики

$$dU = \delta Q - \delta W + \mu dN \quad \text{или} \quad dU = TdS - pdV + \mu dN$$

2. Химический потенциал

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{\delta W = \delta Q = 0} = \varepsilon - \theta s + pv$$

3. Неравенство Клаузиуса

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

4. Формула Больцмана

$$S = k \ln \Gamma$$

5. Термодинамические потенциалы:

$E$  - внутренняя энергия;  $H = E + pV$  - энтальпия;  $\Omega = F - \mu N = -pV$  - потенциал "Омега"  
 $F = U - \theta S = E - TS$  - свободная энергия;  $G = U - TS + pV$  - ТД-потенциал Гиббса.

6. Правило фаз Гиббса

$$F = 2 + K - N$$

7. Фазовые переходы I-го рода

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_1(\theta, p) = \mu_2(\theta, p) \\ \frac{\partial \mu_1(\theta, p)}{\partial \theta} = -s_1(\theta, p) \neq -s_2(\theta, p) = \frac{\partial \mu_2(\theta, p)}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \mu_1(\theta, p)}{\partial p}(\theta, p) = v_1(\theta, p) \neq v_2 = \frac{\partial \mu_2(\theta, p)}{\partial p} \end{array} \right.$$

8. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{Q_{12}}{\theta(v_2 - v_1)}$$

9. Правило Максвелла

$$p_{\text{н}}(v_{\text{г}} - v_{\text{ж}}) = \int_{v_{\text{ж}}}^{v_{\text{г}}} p(\theta, v) dv$$

$$\mu_{\text{н}}(n_{\text{ж}} - n_{\text{г}}) = \int_{n_{\text{г}}}^{n_{\text{ж}}} \mu(\theta, n) dn$$

10. Критический размер капель

$$R_0 = \frac{2\sigma v_{\text{г}} \theta}{q_{\text{ж-г}} \Delta \theta}$$

11. Уравнение Эренфеста

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{d\theta} = \frac{\Delta c_p}{\theta \Delta \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)_p} \\ \Delta \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_\theta \Delta c_p + \theta \left[ \Delta \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)_p \right]^2 = 0 \end{array} \right.$$

12. Формула Лапласа

$$p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



13. Капиллярный подъем

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho g r}$$

14. Распределение по компоненте скорости

$$f(V_z) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mV_z}{kT}}$$

$$\begin{cases} \overline{|V_x|} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m}} \\ \overline{V_x} = 0 \end{cases}$$

15. Распределение Максвелла

$$f(V) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} V^2 e^{-\frac{mV^2}{2kT}}$$

$$V_H = \sqrt{\frac{2kT}{m}}; \quad \langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}; \quad \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

16. Распределение Больцмана

$$n(x, y, z) = n_0(x_0, y_0, z_0) \exp\left(-\frac{E_\Delta}{kT}\right)$$

17. Барометрическая формула

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{kT}\right)$$

18. Давление идеального газа

$$p = nkT$$

19. Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

20. Уравнение политропы

$$\begin{cases} pV^n = const \\ n = \frac{c - c_p}{c - c_v} \end{cases}$$

21. Потенциал Леннарда-Джонса

$$E_n(r) = 4\varepsilon_0 \left[ \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

22. Вириальное уравнение состояния

$$pV_m = RT + \frac{A(T)}{V_m} + \frac{A_2(T)}{V_m^2} + \dots$$

23. Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\begin{cases} \left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT \\ pV_m = RT + \frac{RTb-a}{V_m} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{b^n}{V_m^n} \end{cases}$$

24. Эффект Джоуля-Томсона

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \frac{1}{c_p} \left[ T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - V \right]$$

25. Формула Стирлинга

$$N! \approx \left(\frac{N}{e}\right)^N$$

26. Биномиальное распределение

$$p = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m q^{n-m}$$

27. Распределение Пуассона

$$P(m) = \frac{\langle m \rangle^m}{m!} e^{-\langle m \rangle}$$

28. Микроканоническое распределение

$$w_n = \frac{\Delta(\mathcal{E} - E_0)}{\sum_n \Delta(\mathcal{E} - E_n(x, N))}; \quad S = \ln \Gamma(\mathcal{E}, x, N)$$

29. Каноническое распределение

$$w_n(\theta, x, N) = \frac{e^{-E_n/\theta}}{\sum_n e^{-E_n/\theta}}$$

$$F(\theta, x, N) = -\theta \ln Z(\theta, x, N)$$

30. Большое каноническое распределение

$$w_{Nn}(\theta, x, \mu) = \frac{1}{\zeta} \exp\left(-\frac{E_n(N) - \mu N}{\theta}\right)$$

$$\Omega(\theta, x, \mu) = -\theta \ln \zeta(\theta, x, \mu)$$

31. Температура статистического вырождения

$$\theta = \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

32. Распределение Ферми-Дирака

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{\exp(\alpha + \beta E_i) + 1} = \frac{1}{\exp[(E_i - \mu)/kT] + 1}$$

33. Распределение Бозе-Эйнштейна

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{\exp(\alpha + \beta E_i) - 1}$$

34. Формула Планка

$$\rho_\omega = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/kT) - 1}$$

35. Закон Стефана-Больцмана

$$M = \frac{c\omega}{4} = \sigma T^4$$

36. Закон смещения Вина

$$\lambda_{max} T = 0,0029 MK$$

37. Модель теплоемкости Эйнштейна

$$c_V = \frac{3R(\theta_s/T)^2 \exp(\theta_s/T)}{(\exp(\theta_s/T) - 1)^2}$$

38. Модель теплоемкости Дебая

$$c_V = 9RT \left( \frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{\xi^3 d\xi}{\exp \xi - 1}$$

39. Уравнение Ланжевена

$$\begin{cases} \dot{p} + \Gamma p = F(t) \\ p(0) = p_0 \end{cases}$$

40. Формула Эйнштейна

$$\langle r^2 \rangle = \frac{6kTt}{\gamma}$$

41. Уравнение Смолуховского

$$\rho(t_0, x_0 | t_2, x_2) = \int \rho(t_0, x_0 | t_1, x_1) \rho(t_1, x_1 | t_2, x_2) dx_1$$

42. Уравнение Фоккера-Планка

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{\gamma} \operatorname{div}(\operatorname{grad} u) - \frac{\theta}{\gamma} \Delta \rho = 0$$

43. Условие марковости процесса

$$P_1(\xi_1, t_1; \dots; \xi_{i-1}, t_{i-1} | \xi_i, t_i) = P_2(\xi_{i-1}, t_{i-1} | \xi_1, t_1) \\ \Rightarrow w(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = w_1(\xi_1) P_2(\xi_1 | \xi_2) P_2(\xi_2 | \xi_3)$$

44. Общее уравнение процессов переноса и коэффициенты

$$\left\{ \begin{array}{l} I_G = -\frac{1}{3} n_0 \langle V \rangle \langle l \rangle \frac{\partial G}{\partial x} \\ \nu = \frac{1}{3} \rho \langle V \rangle \langle l \rangle c_V \\ \eta = \frac{1}{3} \rho \langle V \rangle \langle l \rangle \\ D = \frac{1}{3} \langle V \rangle \langle l \rangle = \nu \end{array} \right.$$

45. Уравнение Больцмана

$$\frac{\partial F(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} + \left( -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}} \right) \frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}} = \frac{1}{v} \int (F' F'_1 - F_1 F) u d\omega d\mathbf{p}_1$$

46. Радиус Дебая

$$r_D = \sqrt{\frac{kT_e T_i}{4\pi |e_i e_e| (n_i T_i + n_e T_e)}}$$

47. Частота Ленгмюра

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi e^2}{mv}}$$

48. Уравнение Власова

$$\frac{\partial F_1(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \frac{\partial F_1}{\partial \mathbf{r}} - \frac{\partial(u + \tilde{u}(t, \mathbf{r}))}{\partial \mathbf{r}} \frac{F_1}{\partial \mathbf{p}} = 0$$

49. Затухание Ландау

$$\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_0}{r_D^3 k^3} \exp\left(-\frac{1}{2r_D^2 k^2}\right)$$

## 1. Уравнения Максвелла в вакууме

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho \\ \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \\ \operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} H = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{пров}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \oint (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}) = 4\pi \int \rho dV = 4\pi Q \\ \oint (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}) = 0 \\ \oint (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \oint (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}) \\ \oint (\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \oint (\mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}) + \frac{4\pi}{c} \oint (\mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}) \end{array} \right.$$

## 2. Потенциалы

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H} = \operatorname{rot} \mathbf{A} \\ \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \operatorname{grad} f \\ \varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t} \end{array} \right.$$

## 3. Разновидности калибровок

$$\left\{ \begin{array}{ll} \operatorname{div} \mathbf{A} = 0, \varphi = 0 & \text{- Кулона} \\ \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{A} = 0 & \text{- Лоренца} \end{array} \right.$$

## 4. Оператор Д'Ламбера

$$\square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

## 5. Связи векторов $\mathbf{E}$ , $\mathbf{H}$ , $\mathbf{A}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{A}} = ik\mathbf{A} \\ \mathbf{H} = -\frac{1}{c} [\mathbf{n} \times \dot{\mathbf{A}}] = i[\mathbf{k} \times \mathbf{A}] \\ \mathbf{H} = [\mathbf{n} \times \mathbf{E}] \end{array} \right.$$

## 6. Запаздывающие потенциалы и потенциалы Лиенара-Вихерта

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - (|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|)/c)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} dV' = \frac{e}{R - \frac{\mathbf{v}\mathbf{R}}{c}} \\ \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}', t - (|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|)/c)}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} dV' = \frac{e\mathbf{v}}{c(R - \frac{\mathbf{v}\mathbf{R}}{c})} \end{array} \right.$$

## 7. Закон Кулона

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

## 8. Уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0$$

9. Электростатическая энергия зарядов

$$u = \frac{1}{8\pi} \int E^2 dV = \frac{1}{2} \int \rho \cdot \varphi dV = u_0 + \sum_{a \neq b} \frac{e_a e_b}{R_{ab}}$$

10. Поле равномерно движущегося заряда

$$\mathbf{E} = \frac{e\mathbf{R}}{R^3} \frac{1 - V^2/c^2}{(1 - \frac{V^2}{c^2} \sin^2 \theta)^{3/2}}$$

11. Закон Ома

$$\begin{cases} \mathbf{j} = \lambda \mathbf{E} \\ I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \\ I = \frac{\mathcal{E} + \varphi_1 - \varphi_2}{r+R} \end{cases}$$

12. Мультипольное разложение потенциала

$$\begin{cases} F(\mathbf{R}_0 - \mathbf{r}) \approx F(\mathbf{R}_0) - \mathbf{r} \operatorname{grad} F(\mathbf{R}_0) \\ \varphi(\mathbf{r}) = \int \frac{\rho(\mathbf{r}') dV'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{\sum_a e_a}{r} + \frac{(\sum_a e_a \mathbf{r}_a) \mathbf{r}}{r^3} + \frac{1}{2r^5} \sum_{\alpha, \beta} D_{\alpha\beta} r_\alpha r_\beta \end{cases}$$

13. Напряженность поля диполя

$$\mathbf{E} = \frac{3(\mathbf{p}\mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\mathbf{p}}{r^5}$$

14. Квадруполь

$$D_{\alpha\beta} = \sum_a e_a (3x_\alpha x_\beta - r^2 \delta_{\alpha\beta})_a$$

15. Закон Био-Савара-Лапласа и теорема о циркуляции

$$\begin{cases} d\mathbf{H} = \frac{j}{c} \frac{[d\mathbf{l} \times \mathbf{r}]}{r^3} \\ \mathbf{H} = \frac{1}{c} \int \frac{[d\mathbf{j} \times \mathbf{R}]}{R^3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \oint_l \mathbf{H}_l d\mathbf{l} = I \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} \end{cases}$$

16. Магнитный дипольный момент

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \frac{1}{2c} \int [\mathbf{r}' \times \mathbf{j}(\mathbf{r}')] dV' \\ \mathbf{M} = \frac{3(\boldsymbol{\mu}\mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\boldsymbol{\mu}}{r^5} \end{cases}$$

17. Вектор Пойнтинга и закон сохранения энергии

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]$$

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{S} + (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) + \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial t} (H^2 + E^2) = 0 \\ \oint \mathbf{S} \, ds + \int (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) dV + \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV = \oint \mathbf{S} \, ds + \frac{\partial}{\partial t} \left( \int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV + \varepsilon E_{\kappa} \right) = 0 \end{cases}$$

18. Вектора полей в дипольном приближении

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \frac{1}{c^2 R_0} [\ddot{\mathbf{d}} \times \mathbf{n}] \\ \mathbf{E} = \frac{1}{c^2 R_0} [(\ddot{\mathbf{d}} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{n}] \end{cases}$$

19. Угловое распределение интенсивности

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi c^3} \ddot{\mathbf{d}}^2 \sin^2 \theta$$

20. Полная интенсивность

$$I = \frac{2}{3c^3} \ddot{\mathbf{d}}^2 + \frac{2}{3c^3} \ddot{\mathbf{m}}^2 + \frac{1}{180c^5} \overset{\dots 2}{D}_{\alpha, \beta}$$

21. Сила радиационного трения

$$\mathbf{F}_{\text{тр}}^{\text{rad}} = \frac{2q^2}{3c^3} \ddot{\mathbf{r}}$$

22. Формулы Томсона и Рэлея

$$\begin{cases} \frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \sin^2 \theta \\ \sigma_{\text{Томс}}^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \left\{ 1 + 2 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 + \dots \right\}, \quad \omega \gg \omega_0 \\ \sigma_{\text{Рэл}}^2 = \frac{8\pi}{3} r_0^2 \left\{ \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left[ 1 + \left( 2 - \left( \frac{\gamma}{\omega_0} \right) \right) \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right] \right\}, \quad \omega \ll \omega_0 \end{cases}$$

23. Преобразования Лоренца

$$\begin{cases} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \end{cases}$$

24. Закон сложения скоростей

$$\begin{cases} V_x = \frac{V'_x + V}{1 + \frac{V'_x V}{c^2}} \\ V_y = \frac{V'_y \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \frac{V'_x V}{c^2}} \\ V_z = \frac{V'_z \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \frac{V'_x V}{c^2}} \end{cases}$$

25. Закон преобразования углов

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{\sin \theta' \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + (V/c) \cos \theta'} \\ \cos \theta = \frac{\cos \theta' + V/c}{1 + (V/c) \cos \theta'} \end{cases}$$

26. Соотношения между массой, энергией, импульсом и скоростью

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ E = \mathbf{p}\mathbf{v} - L = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \\ \mathbf{p} = \frac{E\mathbf{v}}{c^2} \end{cases}$$

27. 4-потенциал

$$A^i = (\varphi, \mathbf{A}) \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial A^k}{\partial x^k} = 0 & \text{- условие Лоренца} \\ A'_k = A_k - \frac{\partial F}{\partial x^k} & \text{- Калибровочная инвариантность} \end{cases}$$

28. Тензор электромагнитного поля. Уравнения Максвелла.

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix} \quad \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i$$

29. Преобразования полей

$$\begin{cases} E_x = E'_x \\ E_y = \frac{E'_y + (V/c)H'_z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ E_z = \frac{E'_z - (V/c)H'_y}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \end{cases} \quad \begin{cases} H_x = H'_x \\ H_y = \frac{H'_y - (V/c)E'_z}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ H_z = \frac{H'_z + (V/c)E'_y}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \end{cases}$$



30. Тензор энергии-импульса

$$T^{ik} = \begin{pmatrix} W & S_x/c & S_y/c & S_z/c \\ S_x/c & -\sigma_{xx} & -\sigma_{xy} & -\sigma_{xz} \\ S_y/c & -\sigma_{yx} & -\sigma_{yy} & -\sigma_{yz} \\ S_z/c & -\sigma_{zx} & -\sigma_{zy} & -\sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \begin{cases} W = \frac{1}{8\pi}(E^2 + H^2) \\ \mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \\ \sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi} \left[ E_\alpha E_\beta + H_\alpha H_\beta - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{2}(E^2 + H^2) \right] \end{cases}$$

31. Эффект Доплера

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 - (V/c) \cos \alpha}$$

32. Функция Лагранжа

$$L = -mc^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} + \frac{e}{c} \mathbf{A} \mathbf{v} - e\varphi + \frac{1}{8\pi} \int (E^2 - H^2) dV$$

33. Уравнение движения

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{e}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - e \operatorname{grad} \varphi + \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \operatorname{rot} \mathbf{A}] \\ \frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \end{cases}$$

34. Введение векторов намагниченности и поляризации

$$\begin{cases} \langle \rho_{\text{связ}} \rangle = -\operatorname{div} \mathbf{P} \\ \langle \mathbf{j}_{\text{связ}} \rangle = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + c \operatorname{rot} \mathbf{M} \end{cases}$$

35. Уравнения Максвелла для среды и материальные уравнения

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho \end{cases} \quad \begin{cases} \mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P} \\ \mathbf{B} = \varepsilon\mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \\ \mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} \end{cases}$$

36. Граничные условия для векторов электромагнитного поля

$$\begin{cases} \mu_1 H_1^n = \mu_2 H_2^n \\ E_\tau^1 = E_\tau^2 \\ D_n^1 - D_n^2 = 4\pi\rho_{\text{пов}} \\ [\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2)] = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{\text{пов}} \end{cases}$$

37. Комплексная диэлектрическая проницаемость и плазменная частота

$$\begin{cases} \varepsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \\ \omega_p = \sqrt{\frac{4\pi N e^2}{m}} \end{cases}$$

38. Смысл мнимой части  $\varepsilon(\omega)$

$$\overline{\operatorname{div} \sigma} = -\frac{\omega \varepsilon''}{8\pi} |E|$$

39. Формулы Крамерса-Кронига

$$\begin{cases} \varepsilon'(\omega) = 1 + \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon''(x)}{x-\omega} dx \\ \varepsilon''(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon'(x)-1}{x-\omega} dx \end{cases}$$

40. Условия "применимости скин-эффекта"

$$\begin{cases} l \ll \lambda \quad \Leftrightarrow \quad T \gg l/\tilde{c} \\ T \gg t_{\text{св.пр.}}^{e^-} \\ \left| \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right| \ll |\lambda(\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{стоп}})| \quad \Leftrightarrow \quad T \gg \frac{\varepsilon}{\lambda} \end{cases}$$

41. Уравнения Максвелла для скин-эффекта

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{4\pi\lambda\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{4\pi\lambda\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\Delta \mathbf{j} = \frac{4\pi\lambda\mu}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}$$

42. Решение для скин-эффекта

$$\begin{cases} H(y) = C_1 \exp\left[\frac{1-i}{\delta} y\right] + C_2 \exp\left[-\frac{1-i}{\delta} y\right]; \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-i\omega t + \frac{iy}{\delta}} e^{-y/\delta} \\ \delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\mu\lambda\omega}} \end{cases}$$

43. Формула Клаузиуса-Мосотти

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{n\beta}{3}$$

44. Формула Ланжевена

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{np^2}{9\varepsilon_0 kT}$$